



Masarykova univerzita

Přírodovědecká fakulta



Vzdělávací ikurz pro budoucí chemiky

Řešení úkolů 2. série

4. ročník (2013/2014)

A2 – Motorové proteiny

Autoři: Eva Divišová (e-mail: 379463@mail.muni.cz)
Tomáš Fiala (e-mail: tom.fiala90@gmail.com)

14 bodů

1. Hledání chyb v textu – 4,0 body (každá věta **0,5 b.**). Správně měl text vypadat takto:

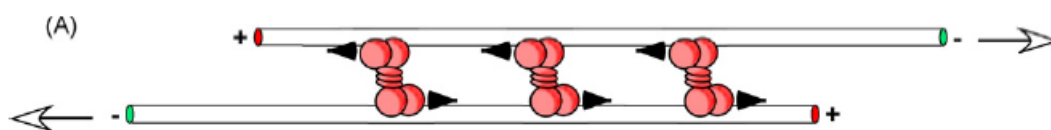
Buněčný cyklus rozdělujeme na tři části: Interfázi, M-fázi (mitotickou fází) a cytokinezi. Interfázi lze charakterizovat jako přípravné období na buněčné dělení. Dělí se na **G₁ fázi**, **S fázi** a **G₂ fázi**. V obou G fázích dochází k proteosyntéze a množení buněčných organel. S fáze je naopak charakteristická duplikací jaderné DNA. **Obecně se objem buňky během interfáze zvětšuje**, aby mohlo dojít k namnožení organel a dalších nezbytných součástí buňky. Podstatně **kratší částí buněčného cyklu je mitotická fáze**. Podobně jako interfáze, má i mitóza své členění. Skládá se z profáze, prometáfáze, metafáze, anafáze a telofáze. **V profázi dochází k tzv. kondenzaci jaderných chromozomů a zároveň se rozpadá jaderný obal (karyotéka) (jaderný obal se rozpadá až na začátku prometáfáze)**. Prometáfáze je charakteristická **růstem (polymerací) bipolárních vláken mikrotubulů**. Ta rostou z tzv. centrozomů nebo jinak MTOC (microtubule organizing centers). **Mikrotubuly se prodlužují do všech směrů náhodně**. Prometáfáze končí **připojením mikrotubulů k centromerám (konkrétně k tzv. kinetochorům) chromozomů**. V metafázi se chromozomy musí uspořádat tak, aby každá ze dvou chromatid mířila k opačnému pólu buňky. **Proto jsou v této fázi chromozomy srovnány do ekvatoriální roviny dělicího vřeténka**. V následné anafázi se mikrotubuly začnou zkracovat, čímž dojde k oddělení jednotlivých chromatid a jejich odtažení k opačným pólům buňky. Jakmile jsou chromatidy od sebe dostatečně odděleny, může začít telofáze. Během této části zanikne dělicí vřeténko a kolem obou sad DNA se vytvoří nová jaderná membrána. Telofází mitóza končí. Zbývá už pouze rozdělit stávající buňku na dvě dceřiné dějem zvaným cytokineze. O rozdělení organel mezi dceřiné buňky rozhoduje náhoda, nicméně v praxi se každé z buněk dostane dostatek mitochondrií, chloroplastů, fragmentů endoplasmatického retikula atp. potřebných k životu. Nově vzniklé buňky se nachází na začátku interfáze a celý buněčný cyklus se může opakovat.

Bohužel se vyskytly dvě sporné věty, které jste často považovali za nesprávné, ale ve skutečnosti chybu neobsahovaly. Uznáváme však jisté nesrovnalosti, proto jsme je nakonec částečně uznávali a udělovali 0,25 bodu (částečná ztráta je za jinou neodhalenou chybu).

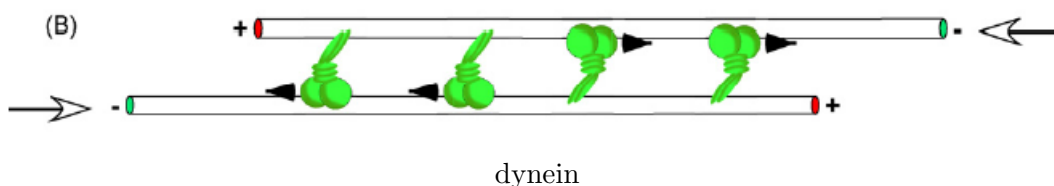
První z nich je tvrzení o třech částech buněčného cyklu (interfáze, M-fáze a cytokineze). Je pravda, že různé zdroje se v tomto liší – vědecká komunita pořád nemá úplně jasno, jestli cytokinezi zařazovat nebo nezařazovat do M-fáze. Nicméně z logiky věci by se mitotická fáze měla týkat pouze manipulace s duplikovanou genetickou informací. Proces cytokineze svým charakterem mezi ostatní části mitózy vůbec nezapadá.

Druhým sporným bodem jsou pojmy centrozom a MTOC. Striktně vzato to není to samé, ale v literatuře se to často zaměňuje a používá jako synonymum. Nenapadlo nás, že někteří řešitelé budou až tak pečliví a dopídí se této nuance.

2. Řešení (**2,0 b.**):



kinesin



3. Mikrotubuly rostou nebo se rozpadají pouze od + konce. Nově příchozí tubulinové jednotky mají k sobě vázanou molekulu GTP. Tato molekula chrání + konec mikrotubulu před depolymerací a zůstává připojena i po připojení dalších tubulinových jednotek. Dochází však k hydrolyze molekul GTP na GDP. Tubulin s vázaným GDP, který není na konci, je nadále stabilní, avšak když dojde k hydrolyze molekuly GDP na + konci mikrotubulu, je zahájena rychlá depolymerace všech přilehlých GDP-tubulinů. Obvykle jsou molekuly GDP hydrolyzovány od – konce mikrotubulu. Když rychlost hydrolyzy GTP na GDP přesáhne rychlost růstu mikrotubulu, je nakonec zhydrolyzován i GTP na + konci a začne rychlý rozpad mikrotubulu. Této události se říká „katastrofa“. Naopak připojení GTP-tubulinu k rychle depolymerujícímu vláknu se říká „záchrana“, neboť rozpad vlákna takto skončí. Střídání „katastrof“ a „záchran“ na mikrotubulovém vlákne se nazývá dynamická nestabilita mikrotubulu. (1,0 b.)
4. I v buňce probíhají chemické reakce, stejně jako v kádince v laboratoři. V obou případech musíme míchat především kvůli „homogenizaci“ prostředí, tedy aby byla koncentrace látek v celém objemu stejná a aby se zvýšila šance potkání dvou částic, které spolu mají zreagovat. Nelze se spoléhat pouze na difúzi. Je nutné si uvědomit, že velké biomolekuly (často o hmotnosti stovek až tisíců kDa) difundují velmi pomalu a jejich koncentrace v buňce jsou také nevelké (nmol dm^{-3} nebo i méně). (1,0 b.)

Musíme ocenit některé řešitele za hezká přirovnání. Chválíme především slečny Máriu Kmeťovou a Miroslavu Palackovou, které nám poslaly následující hezká řešení:

MK: „*Přirovnajme teda bunku k hrncu kde sa varí mlieko. Keby sme mlieko nemiešali, tak na dne by malo mlieko až príliš veľa tepla, no hore zas nedostatok. A stalo by sa to, že by sa nám to mlieko nepekne pripáľilo a ten hrniec by sme museli vyhodit'. Takto si ja predstavujem bunku bez miešajúcej sa cytoplazmy, kde by boli len miesta s prebytkom a nadbytkom. (Ak je to úplná kravina to, tak sa prosím prestaň smiať, lebo na nič lepšie som nevedela prísť a mne sa metafora s hrncom a mliekom celkom páčila ☺ a ak je to aspoň trochu k veci, tak tu toto nikdy nebolo).*“

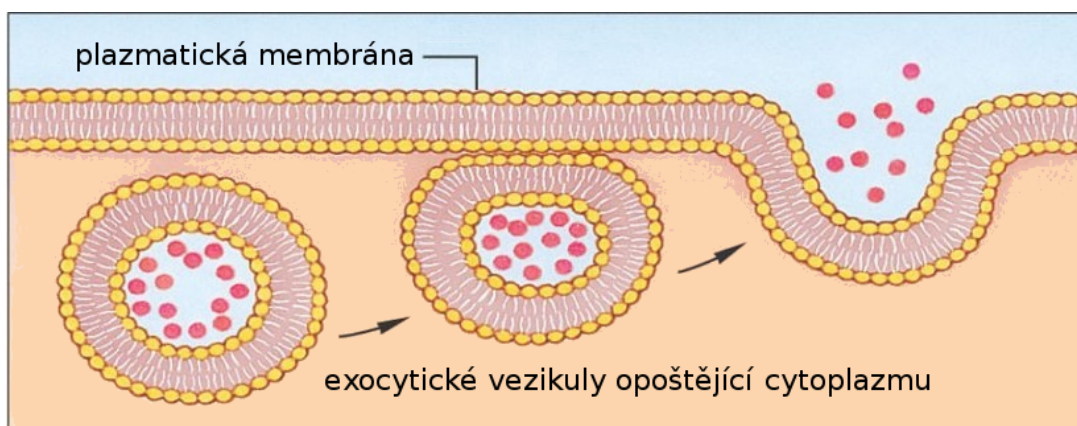
MP: „*V bunke prebieha syntéza rôznych látok. Reaktanty sa nachádzajú v cytoplazme. Syntéza prebieha až vtedy, keď sa reaktanty dostanú do reakčného miesta na enzýme. Aby sa tam dostali musí sa cytoplazma hýbať a s ňou aj reaktanty. Keď si predstavíme, že reakčné miesto je basketbalový kôš a lopta je reaktant, tak aby prebehla syntéza, lopta musí padnúť do koša. Čím viac budeme hádzať na kôš, tým je väčšia pravdepodobnosť, že lopta padne do koša a prebehne syntéza. Pokusy hádzania na kôš je v podstate premiešavanie cytoplazmy. premiešavaním cytoplazmy sa zvyšuje pravdepodobnosť, že sa reaktanty dostanú do reakčného miesta na enzýme.*“

5. Drsné endoplasmatické retikulum je „drsné“ díky přítomnosti ribosomů. Tyto organely provádějí tzv. **translaci**, což je proces překlada mRNA do primární struktury **bílkovin**. (1,0 b.)

Častá a chybná odpověď byla proteosyntéza, místo translace. Je nutné si uvědomit, že v ribosomech probíhá jen malá část proteosyntézy – ta se jinak skládá s transkripcí,

posttranskripčních úprav, translace, posttranslačních úprav a expedice enzymu na místo určení.

6. Obsah vezikulu bude vyvržen z buňky procesem zvaným **exocytóza**. Spočívá v tom, že membrána vezikulu splyne s buněčnou membránou a obsah vezikulu se náhle ocitne vně buňky (viz obrázek). Exocytóza neprobíhá sama sebou, ale je regulována specializovanými proteiny. (1,0 b.)



7. Odpověď šlo snadno najít v jednom z uvedených odkazů na první stránce zadání. Tvůrcem výrazu „myosin“ byl Wilhelm Kühne a tato šťastná událost se přihodila léta páně 1864. Původně takto označil směs několika proteinů izolovaných ze svalu. V uvedeném odkazu máte jmenovaný myosin A a B, ale ve skutečnosti v původním „myosinu“ byl přítomen i aktin a další minoritní složky.

Někteří z Vás našli v jiném zdroji jiný rok – 1859 –, to jsme pochopitelně také uznávali.

Wilhelm Kühne je však mnohem známější zavedením jiného biochemického pojmu, který označuje bílkovinné katalyzátory. Tímto pojmem je tedy „enzym“. (1,0 b.)

8. Řešení příkladu (3 b.):

Tentokrát jsme vás ve výpočetní úloze celkem šetřili, neboť řešení je velice snadné. Jako náš příklad jsme pozřeli Maggi Amore Mio těstoviny s příchutí 4 druhy sýrů + bylinky, energetická hodnota 1 porce (EHP) = 1 196 kJ. První úvaha by měla směřovat k látkovému množství ATP, které ideálně konzumací získali:

$$n_{ATP} = \frac{EHP}{\Delta G} = \frac{1196 \text{ kJ}}{30,5 \text{ kJ mol}^{-1}} = \mathbf{39,2 \text{ mol}}$$

Převáděno na počet molekul to činí:

$$N_{ATP} = n_{ATP} \cdot N_A = 39,2 \text{ mol} \cdot 6,022 \times 10^{23} \text{ molekul mol}^{-1} = \mathbf{2,36 \times 10^{25} \text{ molekul}}$$

Zároveň je třeba si vypočítat počet myosinových hlav, které v těle máme. To se provede prostým vynásobením počtu hlav na myosinové vlákno, počtu myosinových vláken na myofibrilu, počtu myofibril na svalové vlákno, atd.:

$$N_{hlav} = 150 \cdot 1500 \cdot 1000 \cdot 200 \cdot 50 \cdot 650 \text{ molekul} = \mathbf{1,46 \times 10^{15} \text{ molekul}}$$

Vzhledem k tomu, že frekvence hydrolyzy ATP svalů v klidu je vztažena na 1 myosinovou hlavu, je třeba toto číslo převést na všechny (\forall) myosinové hlavy v těle:

$$f_{\forall \text{ hlavy}} = N_{\text{hlav}} \cdot f_{1 \text{ hlava}} = 1,46 \times 10^{15} \text{ molekul} \cdot 0,0050 \text{ s}^{-1} = \mathbf{7,31 \times 10^{12} \text{ molekul s}^{-1}}$$

Nyní již víme, kolik jsme získali molekul ATP a jaká je frekvence jejich odbourávání svaly v klidu. Stačí tedy z těchto dat získat dobu odbourávání:

$$t = \frac{N_{\text{ATP}}}{f_{\forall \text{ hlavy}}} = \frac{2,36 \times 10^{25} \text{ molekul}}{7,31 \times 10^{12} \text{ molekul s}^{-1}} = \mathbf{3,23 \times 10^{12} \text{ s}}$$

Převvedeno na roky (rok počítán jako 365,25 dne pro započítání přestupných roků):

$$t = 3,23 \times 10^{12} \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ hod}}{60 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ den}}{24 \text{ hod}} \times \frac{1 \text{ rok}}{365,25 \text{ dnů}} = \mathbf{102 \ 330 \text{ let}}$$

Vidíte, že byste vleže hubli docela dlouho. Nicméně toto číslo opravdu není příliš relevantní. Největší díl energie lidského těla totiž nespotřebovává příčně pruhovaná svalovina, ale mozek – asi 20 % veškeré energie. Jeho spotřeba je navíc konstantní jak během dne, tak v noci během spánku. Rozhodně byste tedy nebyli schopni přežít stovky tisíc let na tukových zásobách ☹.

Na závěr se s Vámi podělíme o povedený vtíp, který nám zaslala Simona Krupčíková:



B1 – Fotochemie

Autor: Marek Martínek (e-mail: marek.martinek@gmail.com)

13 bodů

1. Řešení (1 b.):

Vazba	BDE /(kcal mol ⁻¹)	λ /nm
C–H	99	290
C–C	83	344
C=C	147	195
C=O	178	161
N=N	100	286

Každý mohl čerpat z jiného zdroje takže jsem samozřejmě uznával i jiné, mírně se lišící hodnoty energií, než uvádím. Jako zdroj např.:

http://de.wikipedia.org/wiki/Bindungsenergie_%28Chemie%29

Vzor výpočtu pro C–H vazbu:

$$1 \text{ kcal} = 4,185 \text{ kJ}$$

$$BDE = 99 \text{ kcal mol}^{-1} = 413\,000 \text{ J mol}^{-1}$$

$$N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$c = 2,998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

Kombinací vzorců

$$E = h\nu$$

$$E = \frac{BDE}{N_A}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

získáme:

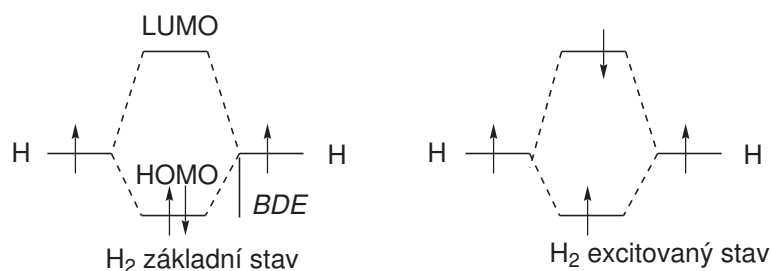
$$\lambda = \frac{c h N_A}{BDE}$$

po dosazení:

$$\lambda = \frac{2,998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1} \cdot 6,626 \times 10^{-34} \text{ J s} \cdot 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{413\,000 \text{ J mol}^{-1}}$$

$$\lambda = 2,9 \times 10^{-7} \text{ m} = \mathbf{290 \text{ nm}}$$

2. Přechod elektronu na vyšší hladinu a BDE spolu obecně nesouvisí. Záleží na konkrétních elektronových hladinách a hlavně na jejich obsazení elektrony. V některých případech je energie přechodu elektronu z nejvyššího obsazeného orbitalu (HOMO) do nejnižšího neobsazeného orbitalu (LUMO) větší než BDE a tedy dostatečná pro rozštěpení vazby, v některých případech je naopak větší BDE . Například molekula vodíku H_2 , která má v základním stavu oba elektrony ve vazebném orbitalu (je současně HOMO) není v excitovaném stavu stabilní protože jeden z elektronů přejde do antivazebného orbitalu:



Naopak najdeme také mnoho příkladů, kdy při přechodu do excitovaného stavu nedojde k rozštěpení vazby a molekula je stabilní (C–F, O₂). (1 b.)

- Ultrafialová (UV) oblast (0,5 b.).
- Lambertův-Beerův(-Bouguerův) zákon:

$$A = \varepsilon cl$$

A – absorbance, bezrozměrná

ε – absorpční koeficient (někdy molární nebo extinkční koeficient), jednotka $\text{dm}^3 \text{mol}^{-1} \text{cm}^{-1}$ (zvolena tak, aby absorbance byla bezrozměrná)

c – molární koncentrace, jednotka mol dm^{-3}

l – délka optické dráhy = tloušťka kyvety, jednotka cm (takto zvolena vzhledem k běžně používaným 1cm kyvetám)

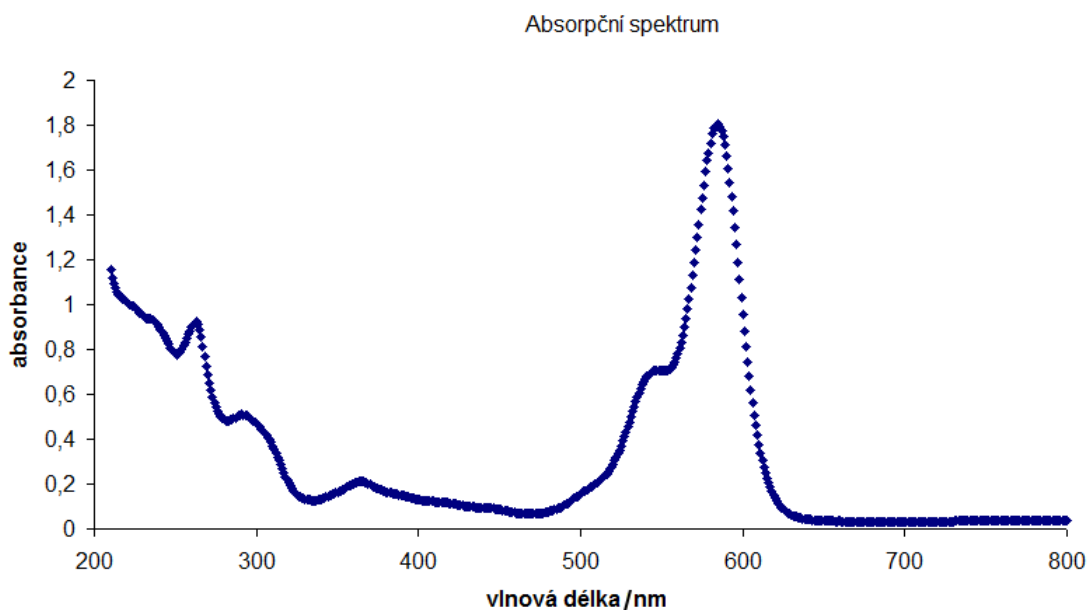
Transmittance (propustnost) definována jako poměr intenzit propuštěného a dopadajícího záření: $T = I/I_0$ nebo pomocí absorbance: $A = -\log T$, tedy $T = 10^{-A}$.

Pro absorbanci $A = 2$ získáme $T = 10^{-2} = 0,01 = 1 \%$

Pro absorbanci $A = 3$ získáme $T = 10^{-3} = 0,001 = 0,1 \%$

Pro absorbanci $A = 4$ získáme $T = 10^{-4} = 0,0001 = 0,01 \%$ (1 b.)

- Z dat v příloženém souboru vykreslíme graf – absorpční spektrum, ze kterého odečteme absorpční maximum $A = 1,81$ při $\lambda_{max} = 585 \text{ nm}$.



Je uveden vzorec látky takže nejprve vypočítáme $M = 501,147 \text{ g mol}^{-1}$, hmotnost vzorku $m = 18 \times 10^{-3} \text{ g}$, objem vzorku $V = 50 \times 10^{-3} \text{ dm}^3$. Ředění bylo 2 cm^3 vzorku do 50 cm^3 methanolu, takže koncentraci vydělíme $25\times$, tloušťka kyvety $l = 1 \text{ cm}$, naměřená absorbance je $A_{585} = 1,81$, vzorečky potřebné pro výpočet:

$$A_{585} = \frac{cl \varepsilon_{585}}{25}$$

$$n = \frac{m}{M}$$

$$c = \frac{n}{V}$$

jejichž kombinací získáme:

$$\varepsilon_{585} = \frac{25 V M A_{585}}{m l}$$

a po dosazení:

$$\varepsilon_{585} = \frac{25 \cdot 50 \times 10^{-3} \text{ dm}^3 \cdot 501,147 \text{ g mol}^{-1} \cdot 1,81}{18 \times 10^{-3} \text{ g} \cdot 1 \text{ cm}} \approx \mathbf{63\ 000 \text{ dm}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ cm}^{-1}}$$

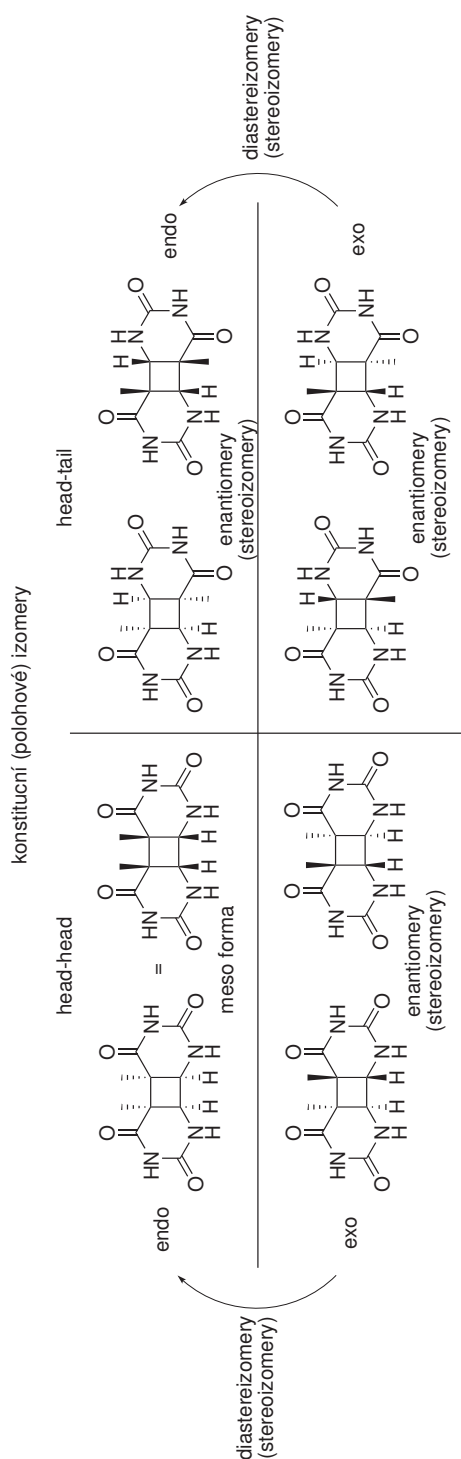
Výsledek je zaokrouhlen na dvě platné číslice, protože zadaná hmotnost i objem jsou zaokrouhleny na dvě platné číslice. (1 b.)

6. Chlorofyl má zelenou barvu, takže absorbované barvy musí v diagramu ležet naproti zelené, můžeme tedy odhadovat, že absorbuje fialovou a červenou, spektrum např.:

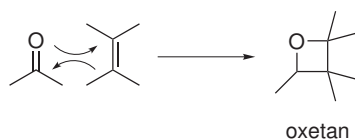
<http://www.ch.ic.ac.uk/local/projects/steer/chloro.htm>

Každý člověk vnímá a popisuje barvy trochu jinak, takže tady neexistuje jediná univerzální a správná odpověď. (1 b.)

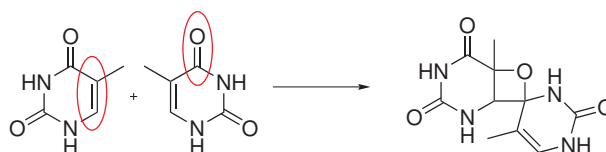
7. Absorbované vlnové délce 585 nm můžeme (přibližně) přiřadit žlutooranžovou barvu, takže pomocí diagramu odhadneme, že látka má barvu modrofialovou (1 b.).
8. Vazba označená vlnovkou znázorňuje směs izomerů nebo blíže neupřesněnou stereochemii (0,5 b.).
9. Celkem existuje 7 možných produktů [2+2] dimerizace thyminu. V DNA, kde je thymin navázán kovalentní vazbou, se dá předpokládat, že dojde k reakci pouze dvou sousedních nukleosidů za vzniku head-head produktu. Head-tail produkt by mohl vzniknout pouze z nukleosidů na dvou různých řetězcích DNA (nebo z dostatečně vzdálených nukleosidů na jednom řetězci). Změna prostorového uspořádání DNA, která by tuto reakci umožnila, je ovšem velmi málo pravděpodobná díky množství vodíkových vazeb a sterickým překážkám a head-tail produkt tak nevzniká (2 b.).



10. Paternò-Büchi reakce je speciální případ světlem iniciované [2+2] cykloadice kdy spolu reaguje karbonylová skupinou a alken za vzniku oxetanu (čtyřčlenný heterocyklus obsahující kyslík):



Při reakci dvou thyminů tedy (**1 b.**):



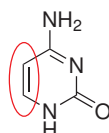
11. Absorpční spektrum thyminu viz např:

<http://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C65714&Mask=400>

Maximální absorpce je přibližně 265 nm.

Absorpční spektrum je tvořeno kombinací různých možných přechodů všech elektronů v celé molekule, nikoliv pouze prostým zobrazením vlnových délek fotonů absorbovaných jednotlivými vazbami. Dvojná vazba v thyminu je v konjugaci s karbonylem takže energie hladin bude nižší než energie izolované dvojně vazby (kterou popisuje *BDE*) a bude ovlivněna i dalšími atomy a funkčními skupinami v okolí (**1 b.**).

12. Cytosin (**1 b.**):



13. Činnost – opalování. Místo v těle – kůže. Ochrana – opalovací krém/kosmetické přípravky. Libovolné dvě látky sloužící jako aktivní složka ochrany (**1 b.**).

D2 – Ionizující záření

Autor: Jiří Krivohlávek (e-mail: latcarf@seznam.cz)

16 bodů

1. Poměr n/p pro stabilní izotopy prvních 5 prvků:

Nuklid	n/p
^1H	0,00
^2H	1,00
^3He	0,50
^4He	1,00
^6Li	1,00
^7Li	1,33
^9Be	1,25
^{10}B	1,00
^{11}B	1,20
Průměr	0,92

Poměr n/p pro poslední stabilní nuklid ^{209}Bi je **1,52**. Nuklid ^{209}Bi není ve skutečnosti zcela stabilní (poločas rozpadu činí cca 2×10^{19} let), ale stejnou hodnotu – 1,52 – vypočítáme i pro ^{206}Pb a ^{207}Pb , které jsou považovány za stabilní. (**2 b.**)

2. Po uplynutí poločasu přeměny klesne aktivita na polovinu, po n poločasech přeměny bude tedy aktivita $(1/2)^n$ násobkem původní hodnoty. Po 10 poločasech klesne aktivita na $(1/2)^{10}$, tedy 1 024 krát.

Počet částic v jednom kilogramu uranu je cca:

$$N = \frac{m N_A}{M} = \frac{1\,000\text{ g} \cdot 6,022 \times 10^{23}\text{ částic mol}^{-1}}{238\text{ g mol}^{-1}} = \mathbf{2,5 \times 10^{24}\text{ částic}}$$

Přeměnová konstanta ^{238}U činí:

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{1,410 \times 10^{17}\text{ s}} = \mathbf{4,916 \times 10^{-18}\text{ s}^{-1}}$$

$$\left(T_{1/2} = 4,468 \times 10^9\text{ let} \cdot \frac{365,25\text{ dní}}{1\text{ rok}} \cdot \frac{24\text{ hodin}}{1\text{ den}} \cdot \frac{60\text{ minut}}{1\text{ hodina}} \cdot \frac{60\text{ s}}{1\text{ minuta}} = 1,410 \times 10^{17}\text{ s} \right)$$

Aktivita 1 kg ^{238}U tedy činí:

$$A = \lambda N = 4,916 \times 10^{-18}\text{ s}^{-1} \cdot 2,5 \times 10^{24}\text{ částic} = 1,2 \times 10^7\text{ přeměn s}^{-1} = \mathbf{1,2\text{ MBq}}$$

Počet částic v 1 g ^3HHO je cca:

$$N = \frac{1\text{ g} \cdot 6,022 \times 10^{23}\text{ částic mol}^{-1}}{20\text{ g mol}^{-1}} = \mathbf{3,0 \times 10^{22}\text{ částic}}$$

Přeměnová konstanta ${}^3\text{H}$ činí:

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{3,888 \times 10^8 \text{ s}} = \mathbf{1,783 \times 10^{-9} \text{ s}^{-1}}$$

$$(T_{1/2} = 12,32 \text{ let} = 3,888 \times 10^8 \text{ s})$$

Aktivita 1 g ${}^3\text{H}$ HO tedy činí:

$$A = 3,0 \times 10^{22} \text{ částic} \cdot 1,783 \times 10^{-9} \text{ s}^{-1} = 5,3 \times 10^{13} \text{ přeměn s}^{-1} = \mathbf{53 \text{ TBq}}$$

Ačkoliv tritiovaná voda obsahuje mnohem menší množství radioaktivních atomů, její aktivita je díky výrazně kratšímu poločasu rozpadu mnohonásobně vyšší. (**6 b.**)

3. Při hledání na internetu je dobré nahradit českou (a určitě i slovenskou) desetinnou čárku za univerzálnější desetinnou tečku. Poté nám už bez problémů najde např. Google, že dané energie emitují jádra nuklidu ${}^{60}\text{Co}$. (**2 b.**)
4. Pokud za intenzitu I_d dosadíme intenzitu záření poloviční než počáteční, tedy $I_0/2$ dostaneme:

$$\frac{I_0}{2} = I_0 e^{-\mu d}$$

po vydělení rovnice I_0 ($I_0 > 0$):

$$\frac{1}{2} = e^{-\mu d}$$

po zlogaritmování:

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\mu d$$

a po dalších jednoduchých úpravách:

$$-\ln(2) = -\mu d$$

$$d = \frac{\ln(2)}{\mu}$$

kde d je tloušťka materiálu, který zeslabí intenzitu γ záření na polovinu.

Pokud si uvědomíme, že vzoreček pro intenzitu γ záření odstíněného určitým materiálem: $I_d = I_0 e^{-\mu d}$ je formálně stejný jako vzoreček pro počet radioaktivních atomů v čase t : $N_t = N_0 e^{-\lambda t}$, pak vzoreček pro poločas rozpadu $t = \ln(2)/\lambda$ musí být formálně stejný jako vzoreček pro polotloušťku, tedy i bez odvozování můžeme hned psát:

$$d_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\mu}$$

Při výpočtu tloušťky olověné zídky, která zeslabí intenzitu γ záření na tisícinu můžeme s úspěchem použít vzoreček pro polotloušťku s tím, že číslo 2 nahradíme číslem 1 000 (viz odvození vzorečku). Tedy:

$$d_{1/1000} = \frac{\ln(1000)}{\mu}$$

po dosazení:

$$d_{1/1000} = 0,0897 \text{ m, tedy cca } \mathbf{9 \text{ cm.}}$$

Obdobně pak spočítáme bezpečnou vzdálenost od jaderného výbuchu:

$$d_{1/1000000} = \frac{\ln(1000000)}{\mu}$$

po dosazení:

$$d_{1/1000000} = 1794 \text{ m, tedy cca } \mathbf{1,8 \text{ km.}}$$

Tady je nutné si uvědomit, že intenzita γ záření také klesá se čtvercem vzdálenosti od výbuchu, takže bezpečná intenzita γ záření bude ještě v o něco menší vzdálenosti. Toto se ale týká pouze γ záření. Pokud byste náhodou atomový výbuch chtěli sledovat, je třeba počítat také s intenzivním tepelným zářením, tlakovou vlnou a dalšími život ohrožujícími jevy. U běžných atomových bomb do 100 kt TNT bych určitě nestál blíže než 10 km. Samozřejmě jsou pak speciální ochranné brýle či hodně tmavé svářečské sklo. (**6 b.**)

Z2 – Bohrov model atomu vodíku (druhá doplňková úloha)

Autor: Roman Kučera (e-mail: 408476@mail.muni.cz)

10 bodů

1. Jeden elektronvolt je odpovídá kinetické energii, kterou získá jeden nevázaný elektron při přechodu mezi dvěma body s rozdílem elektrostatického potenciálu rovném jednomu voltu, ve vakuu (**0,5 b.**).

$$\Delta E = e \Delta U = 1,60217653(14) \times 10^{-19} \text{ C} \times 1 \text{ V} = 1,60217653(14) \times 10^{-19} \text{ J}$$

Změny jednotky se nesmíte lekat, protože platí, že $1 \text{ J} = 1 \text{ C V}$.

2. Pro převod energie z Joulů na nm, Hz a cm^{-1} lze použít Planckův vztah pro energii elektromagnetického záření a poznatek, že vlnčet ($\tilde{\nu}$) je převrácená hodnota vlnové délky (λ), frekvencia (ν) je převrácená hodnota periody (T) (**1 b.**):

$$E = h \nu \quad \tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} \quad \nu = \frac{1}{T}$$

Dále si stačí uvědomit, že rychlost lze spočítat ze vztahu $v = s/t$ a stejný vztah můžeme použít pro vyjádření rychlosti světla (c), jen místo dráhy (s) použijeme vlnovou délku (λ) a místo času (t) použijeme periodu (T), tj. čas, za který vlna urazila vzdálenost vlnové délky.

$$v = \frac{s}{t} \quad c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu = \frac{\nu}{\tilde{\nu}}$$

$$E = h \nu = \frac{h c}{\lambda} = h c \tilde{\nu} \quad (1)$$

A po vyjádření dostaneme:

$$\nu = \frac{E}{h} \quad \lambda = \frac{h c}{E} \quad \tilde{\nu} = \frac{E}{h c}$$

Je třeba si dát ale pozor na to, abychom do vztahů dosazovali základní jednotky, a tak i výsledek vyjde v základních jednotkách.

Další převodové vztahy jsou:

$$1 \text{ eV} = 1,602 \, 176 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ Hartree} = 4,359 \times 10^{-18} \text{ J}$$

A jednotka kJ mol^{-1} udává energii 1 molu částic, což znamená, že pokud má jedna částice energii 1 J, pak 1 mol částic bude mít energii $6,022 \times 10^{23}$ krát větší, energie tedy bude $6,022 \times 10^{20} \text{ kJ mol}^{-1}$ (energie 1 J pro jednu částici je extrémně velká a proto i po převodu na kJ mol^{-1} vyšlo obrovské číslo).

J	cm^{-1}	eV	nm	Hz	Hartree	kJ mol^{-1}
$2,179 \times 10^{-18}$	109 600	13,60	91,24	$3,289 \times 10^{15}$	0,5000	1 312
$3,681 \times 10^{-19}$	18 520	2,298	540,0	$5,555 \times 10^{14}$	0,08444	221,7

3. Planckův vztah udává energii elektromagnetického záření a Einsteinův vztah udává energii, která je obsažena v hmotě. Pokud bychom předpokládali, že se těleso chová jako vlna, pak by mělo energii danou Planckovým vztahem. Pokud by se chovalo jako částice, pak by obsahovalo energii danou Einsteinovým vztahem. Když tyto vztahy porovnáme a využijeme vztah pro hybnost ($p = mv$), kde m je hmotnost tělesa a v je jeho rychlost.

$$m c^2 = h \nu = \frac{h c}{\lambda} \quad m c = \frac{h}{\lambda} = p \quad (2)$$

A opět vidíme, jak se to pěkně dalo odvodit a nic jsme si vlastně nemuseli pamatovat ☺ (0,5 b.):

4. Po dosazení $p = mv$ do de Broglieho vztahu (2) a vyjádření vlnové délky (λ) dostaneme:

$$\lambda = \frac{h}{m v}$$

Pro elektron:

$$\lambda = \frac{6,626 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-1}}{9,109 \times 10^{-31} \text{ kg} \times 2,2 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}} = 3,306 \times 10^{-10} \text{ m} = \mathbf{0,3306 \text{ nm}}$$

Pro projektil:

$$\lambda = \frac{6,626 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-1}}{8 \times 10^{-3} \text{ kg} \times 490 \text{ m s}^{-1}} = \mathbf{1,690 \times 10^{-34} \text{ m}}$$

Pokud bychom použili Heisenbergův princip neurčitosti ($\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$) a předpokládali, že hmotnost projektilu známe s přesností 0,01 % a stejně tak i jeho rychlost, neurčitost v hybnosti by činila $3,92 \times 10^{-8} \text{ kg m s}^{-1}$, což představuje neurčitost v poloze přibližně $1,35 \times 10^{-27} \text{ m}$ a jeho vlnové vlastnosti tedy nepozorujeme.

Pokud bychom stejný výpočet aplikovali na elektron předpokládali bychom rovněž stejné přesnosti měření, neurčitost v poloze by byla $2,63 \times 10^{-3} \text{ m}$, což je nesrovnatelně větší rozměr než velikost atomu vodíku.

Jako správná odpověď byla taktéž uznána myšlenka, že projektil má vlnové vlastnosti, ale kvůli velmi malé vlnové délce je nepozorujeme (0,5 b.).

5. Vztah pro výpočet dostředivé síly, působící na těleso pohybující se po kružnici, je:

$$F_D = \frac{m v^2}{r} \quad (3)$$

kde m je hmotnost obíhající částice – v našem případě elektronu ($m = m_e$), v je rychlost a r je vzdálenost od osy otáčení (poloměr křivosti). Elektrostatická síla, působící mezi jádrem a elektrony (uvažujme částici H s jedním elektronem o náboji e a jedním protonem o náboji e), je:

$$F_E = \frac{1}{4 \pi \varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} \quad (4)$$

Srovnáním obou sil ($F_D = F_E$) a vykrácením r dostaneme (0,5 b.):

$$m_e v^2 = \frac{1}{4 \pi \varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} \quad (5)$$

6. Délka kruhové dráhy se rovná obvodu kruhu

$$O = 2\pi r$$

de Broglieho vlnová délka elektronu je

$$\lambda = \frac{h}{m_e v}$$

Po spojení a aplikaci poznatku o násobcích de Broglieho vlnové délky (**0,5 b.**):

$$2\pi r = n \frac{h}{m_e v} \quad (6)$$

7. Po vyjádření rychlosti z předchozího vztahu (6) dostaneme:

$$v = \frac{nh}{2\pi r m_e} \quad (7)$$

Dosadíme do vztahu (5), vyjádříme r a po dosazení konstant zjistíme Bohrovův poloměr atomu vodíku (**1 b.**):

$$r = \frac{n^2 h^2 \varepsilon_0}{m_e \pi e^2} \quad (8)$$

$$r = \frac{1^2 \cdot (6,626 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-1})^2 \cdot 8,854 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}}{9,109 \times 10^{-31} \text{ kg} \cdot 3,14 \cdot (1,602 \times 10^{-19} \text{ C})^2} = 5,309 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$r = \mathbf{53,09 \text{ pm}}$$

V tomto vztahu se nám jednotky samozřejmě nevykrátí tak, aby zůstal pouze metr. Ale stačí si uvědomit, že

$$1 \text{ F} = \frac{\text{s}^2 \text{ C}^2}{\text{m}^2 \text{ kg}}$$

8. Pokud do vztahu pro celkovou energii dosadíme za v^2 vztah (5) z úlohy 5, dostaneme:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r m_e} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} = \frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_0 r} \quad (9)$$

Když za r dosadíme vztah (7) z úlohy 7 nebo vztah (6) z úlohy 6, dostaneme výsledný vztah pro celkovou energii elektronu v atomu vodíku na n -té hladině (**1 b.**):

$$E_n = \frac{-4e^4 m_e}{8\varepsilon_0^2 n^2 h^2} \quad (10)$$

9. Stačí jen dosadit konstanty do vztahu (10) a postupně za n dosazovat 1 až 5, a výsledek z Joulů převést na eV a Hartree (**1 b.**).

n	J	eV	Hartree
1	$-2,179 \times 10^{-18}$	-13,60	-0,5000
2	$-5,447 \times 10^{-19}$	-3,400	-0,1250
3	$-2,421 \times 10^{-19}$	-1,511	-0,05554
4	$-1,362 \times 10^{-19}$	-0,8501	-0,03124
5	$-8,716 \times 10^{-20}$	-0,5441	-0,02000

Vidíme, že hodnota 1 Hartree je rovna dvojnásobku ionizační energie atomu vodíku (přechod z $n = 1$ na $n = \infty$). Taktéž je dvojnásobkem Rydbergovy energie (R_y).

$$E_h = \frac{1}{2}R_y = \frac{e^4 m_e}{4 \varepsilon_0^2 h^2}$$

S jejím užitím sa vztah pro energii v Bohrově modelu atomu zjednoduší:

$$E_n = \frac{1}{2}R_y = \frac{-E_h}{2n^2} = \frac{-R_y}{n^2}$$

10. Energie hladin jsme si odvodili již v předchozí úloze a tak nám bude stačit již jen vypočítat energetický rozdíl mezi správnými dvojicemi a tento energetický rozdíl převést užitím Planckova vztahu (1) na vlnovou délku.

Přechod	ΔE	λ	Barva
3 \rightarrow 2	$3,026 \times 10^{-19}$ J	657 nm	červená
4 \rightarrow 2	$4,085 \times 10^{-19}$ J	487 nm	zelenomodrá
5 \rightarrow 2	$4,575 \times 10^{-19}$ J	434 nm	modrá

11. Po výměně členu e^4 ve rovnici (10) za $e^4(Z-1)^2$ dostaneme vztah (1 b.):

$$E_n = \frac{-m_e e^4 (Z-1)^2}{8 \varepsilon_0^2 n^2 h^2} \quad (11)$$

Frekvenci K_α záření můžeme vypočítat na základě energetického rozdílu hladin $n = 1$ a $n = 2$ a užitím Plankova vztahu (1):

$$\Delta E = h\nu = \frac{3 m_e e^4 (Z-1)^2}{32 \varepsilon_0^2 h^2} \quad (12)$$

A když si vyjádříme ν a dosadíme konstanty, dostaneme (1 b.):

$$\nu = 2,466 \times 10^{15} (Z-1)^2 \text{ Hz} \quad (13)$$

12. Uvedené hodnoty energie jsou energiemi charakteristického záření prvků. Musíme je však převést na energii v Joulech a potom užitím vzorce (12) vypočítat protonové číslo každého prvku. Pokud poté vezmeme počáteční písmena zjištěných prvků, dostaneme jméno zmiňované osoby (1 b.).

E/keV	E/J	Z	Prvek
17,15	$2,747 \times 10^{-15}$	42	Mo
57,39	$9,194 \times 10^{-15}$	76	Os
37,96	$6,081 \times 10^{-15}$	62	Sm
39,22	$6,283 \times 10^{-15}$	63	Eu
31,86	$5,104 \times 10^{-15}$	57	La
–	–	–	E
14,73	$2,360 \times 10^{-15}$	39	Y

13. U atomů s více než jedním elektronem předpovídá model spektrální čáry odporující experimentu.

Bohrův model:

- (a) nedokáže vysvětlit spektra atomů jiných než H, He⁺, Li²⁺, Be³⁺...
- (b) nedokáže vysvětlit odlišné intenzity spektrálních čar,
- (c) uvažuje o elektronu jako o částici obíhající po kruhové dráze okolo jádra, což je dnes již překonaný koncept (**0,5 b.**).

Od řešitelů:

Roman Staňo napsal: „*Model je planetárny, teda predpokladá obeh elektrónov okolo jadra po kružnicových dráhach, čo v skutočnosti neplatí. Okrem toho je to v rozpore s Heisenbergovým princípom neurčitosti, lebo planetárny model umožňuje vyrátať hybnosť aj polohu elektrónov. Model atómu je „plochý“, a to je spor so známym faktom, že atóm má guľovú symetriu. Model tiež nedokáže vysvetliť prečo sú niektoré spektrálne čiary v sériách „jasnejšie“ ako ostatné. Nedokáže zrátať pravdepodobnosť prechodu medzi jednotlivými vrstvami.*“